



# Analyse mécanique des conditions de contact tôle/serre-flan en emboutissage profond

Gilles-Rémi Payen, Eric Felder

## ► To cite this version:

Gilles-Rémi Payen, Eric Felder. Analyse mécanique des conditions de contact tôle/serre-flan en emboutissage profond. CFM'09 - XIXème Congrès Français de mécanique, Aug 2009, Marseille, France. 6 p. hal-00663328

**HAL Id: hal-00663328**

**<https://hal-mines-paristech.archives-ouvertes.fr/hal-00663328>**

Submitted on 26 Jan 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Analyse mécanique des conditions de contact entre la tôle et le serre-flan en emboutissage profond

G. Payen<sup>a,b</sup>, E. Felder<sup>a</sup>

a. Mines ParisTech, CEMEF - Centre de Mise en Forme des Matériaux, CNRS UMR 7635, BP 207, 1 rue Claude Daunesse, 06904 Sophia Antipolis Cedex, France (Gilles.Payen@mines-paristech.fr)

b. ArcelorMittal Maizières R&D Automotive Products / Materials for Visible Parts BP 30320, 57283 Maizières-lès-Metz Cedex, France

## Résumé :

En emboutissage, le flan subit une expansion sous le poinçon et un rétreint sous le serre-flan. Du fait des variations d'épaisseur, le contact se concentre près de la périphérie du flan. Ce phénomène est analysé en emboutissage profond avec un modèle analytique (métal RPP avec anisotropie normale, frottement de Coulomb). Les résultats sont comparés à des résultats de simulation par éléments finis précisant l'impact de l'élasticité, de la loi d'écrouissage du métal et du frottement sous le poinçon.

## Abstract :

In stamping, blank undergoes expanding under punch and draw in under blank-holder. Because of thickness variations, contact concentrates at the periphery of the blank. This phenomenon is studied in deep drawing configuration through an analytical model (RPP metal with normal anisotropy, Coulomb's friction). The obtained results are compared to finite elements simulation results, so as to precise the effect of elasticity, of the hardening law of the metal and of friction against the punch.

**Mots clefs :** emboutissage profond, modèle analytique, force de serrage, épaissement, frottement, simulation numérique

## 1 Introduction

En emboutissage, les conditions de contact et de déformation du flan sont variées [1] ; sous le poinçon, la tôle s'amincit par expansion tout en glissant peu sur l'outil ; sous le serre-flan, elle subit un rétreint et glisse fortement pour alimenter en métal la partie centrale : un frottement excessif sur serre-flan produit la rupture de la tôle. Comme le rétreint modifie de manière hétérogène l'épaisseur de la tôle, les conditions de contact effectives entre matrice et serre-flan sont complexes : le contact tend à se concentrer à la périphérie du flan (figure 1). Ce problème est analysé dans le cas simple de l'emboutissage profond, opération axisymétrique de formage d'un godet à bord droit (figure 1). On estime, en fonction du rayon extérieur du flan  $b$ , de l'épaisseur  $h$  de la tôle à la périphérie et du coefficient de frottement  $\mu$ , le rayon interne de contact  $d$  et la pression de contact  $p$ , d'abord avec un modèle analytique puis par simulation numérique.

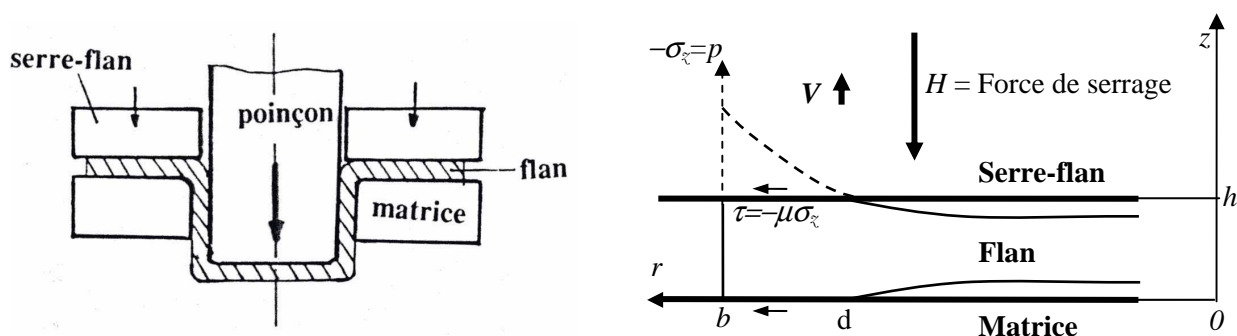


FIG. 1 – Le procédé d'emboutissage profond et le contact du bord du flan avec la matrice et le serre-flan.

## 2 Approche analytique

### 2.1 Hypothèses principales et mise en équation

On utilise le système de coordonnées cylindriques (figure 1). La tôle vérifie le critère anisotrope de Hill 48 [2] et possède une anisotropie normale de coefficient de Lankford  $R$  [3]. Son élasticité est négligée ; sa contrainte d'écoulement, supposée uniforme et constante, est notée  $\sigma_0$ . On note  $\sigma_{0b}$  la contrainte de bi-extension plastique dans le plan de la tôle. Le coefficient  $S$  est défini par (1). On suppose que les contraintes normales selon  $Or$ ,  $O\theta$  et  $Oz$  sont les contraintes principales et que ces contraintes et les vitesses de déformation correspondantes ne dépendent que de la distance radiale  $r$ . On les note  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \dot{\epsilon}_r, \dot{\epsilon}_\theta, \dot{\epsilon}_z$ . On note  $\mathbf{v}(v_r, v_z)$  le vecteur vitesse. La tôle frotte sur les outils selon une loi de Coulomb, de coefficient  $\mu$ . Pour  $r$  compris entre  $d$  (rayon interne de contact), et  $b$ , on a donc (2), en notant  $p$  la pression de contact (figure 1).

$$\sigma_{0b} = \sigma_0 \left( \frac{1+R}{2} \right)^{1/2} \quad (1)$$

$$\tau = -\mu \sigma_z = \mu p \quad (2)$$

Le critère de Hill 48 est donné par (3). La loi d'écoulement peut s'écrire selon (4). Comme les contraintes ne dépendent que de  $r$ , en introduisant la distance radiale réduite  $\bar{r}$  et selon l'expression (2), l'équation d'équilibre se simplifie en (5), en introduisant le nombre sans dimension  $M$  caractérisant le frottement :

$$(\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + R(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 = 2\sigma_{0b}^2 \quad (3)$$

$$\frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{R\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_\theta} = \frac{\sigma_z - \sigma_r}{R\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_r} = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_\theta} = \lambda \geq 0 \quad (4)$$

$$\frac{d\sigma_r}{d\bar{r}} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\bar{r}} - M\sigma_z = 0 \text{ avec } M = 2\mu \frac{b}{h} \text{ et } \bar{r} = \frac{r}{b} \quad (5)$$

Les conditions aux limites sont : le bord du flan est libre de contrainte (6) ; par continuité, la contrainte normale  $\sigma_z$  est nulle à la limite interne du contact (7) ; la force de serrage  $H$  est imposée (figure 1) (8) :

$$\sigma_r(r=b)=0 \quad \sigma_z(r=d)=0 \quad (6)-(7)$$

$$H = \int_d^b p 2\pi r dr = \pi b^2 \int_{\bar{d}}^1 2p \bar{r} d\bar{r} \text{ avec } \bar{d} = \frac{d}{b} \quad (8)$$

La partie en contact conserve une épaisseur uniforme  $h$ . Dans le cas  $H=0$ ,  $\sigma_z$  est nul en tout point et  $d=b$ . Sur le bord de la collerette ( $r=b$ ), en vertu de (6), de la loi d'écoulement (4) et de l'incompressibilité, on a :

$$\dot{\epsilon}_\theta(b) = -(1+R)\dot{\epsilon}_z(b) \quad (9)$$

L'indice de gonflement périphérique de la tôle  $\alpha$  vaut :  $\alpha = \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} = -\frac{1}{1+R} \frac{1}{b} \frac{db}{dt} \Rightarrow h = h_0 \left( \frac{b_0}{b} \right)^{\frac{1}{1+R}}$ . Pour

$R=1$  (cas isotrope), c'est l'expression obtenue par Hill [2]. Pour  $R$  croissant, à rétreint  $b_0/b$  donné, le gonflement diminue comme prévu. La relation (9) fixe la valeur maximale du phénomène de gonflement.

Dans le cas général, un champ de vitesse pour  $d \leq r \leq b$  peut s'exprimer avec deux paramètres  $V$ , vitesse du serre-flan par rapport à la matrice, et  $C$  sous la forme (10) ; d'où le champ de vitesse de déformation (11) :

$$\mathbf{v} = \left( -[V/(2h)] \left( r + Cb^2/r \right); V_z/h \right) \quad (10)$$

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_r = [V/(2h)] \left( -1 + C/\bar{r}^2 \right) \\ \dot{\epsilon}_\theta = [V/(2h)] \left( -1 - C/\bar{r}^2 \right) \end{cases} \begin{cases} \dot{\epsilon}_z = V/h \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} = \dot{\epsilon}_{rz} = \dot{\epsilon}_{\theta z} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

A la périphérie, où  $r=b$ , en utilisant (9) et (11), on obtient :

$$0 \leq \frac{-\dot{\epsilon}_z(b)}{\dot{\epsilon}_\theta(b)} = \frac{2}{1+C} \leq \frac{1}{1+R} \Rightarrow C \geq 1+2R=S \quad (12)$$

On a défini par commodité  $S=1+2R$ . Lorsque le paramètre cinématique  $C$  croît de  $S$  à plus l'infini, on passe du cas de la contrainte plane au cas de la déformation plane ; l'épaisseur ne varie pas :  $\alpha=0$ .

## 2.2 Résolution du système d'équation et conditions explorées

L'élimination des inconnues auxiliaires se fait comme suit : on reporte l'expression des vitesses de déformation dans la loi d'écoulement ; l'expression des différences de contrainte normales en fonction de  $\lambda$  et leur report dans le critère permet d'exprimer  $\lambda$  en fonction de  $\bar{r}$  et  $C'=C/S$ . On obtient l'équation définissant la pression de contact en exprimant  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  en fonction de  $\sigma_z$ ,  $\lambda$  et  $C'$  et en les reportant dans l'équation d'équilibre. Cette équation différentielle linéaire du premier ordre s'intègre avec la méthode de la « variation de constante » et on exprime les conditions aux limites (6), (7) et (8). On obtient :

$$\bar{p} = \exp(M\bar{r}) \int_{\bar{d}}^{\bar{r}} \exp(-Mu) g(u) \frac{du}{u} \quad \text{avec} \quad \bar{p} = \frac{p}{\sigma_{0b}} \quad g(\bar{r}) = \frac{2SC'^2 f(\bar{r})}{(\bar{r}^4 + SC'^2)} \quad f(\bar{r}) = (C' - \bar{r}^2)(\bar{r}^4 + SC'^2)^{-1/2} \quad (13)$$

Les deux grandeurs inconnues  $\bar{d} = d/b$  et  $C'$  sont solution du système d'équations qui se résolvent aisément sous Excel en fonction des trois paramètres du problème,  $R$ ,  $M$  et  $\bar{H}$  :

$$f(1) = \exp(M) \int_{\bar{d}}^1 \exp(-Mu) g(u) \frac{du}{u} \quad (14)$$

$$\bar{H} = \frac{H}{\pi b^2 \sigma_{0b}} = \frac{2}{M^2} \left( (M-1)f(1) + \int_{\bar{d}}^1 \left( \frac{1}{u} - M \right) g(u) du \right) \quad (15)$$

Précisons les ordres de grandeur en considérant les conditions données tableau 1, proches de celles des essais sur acier doux effectués sur presse pilote au CEMEF [1].

$\sigma_0 = 546(0,017 + \bar{\epsilon})^{0,22}$ en MPa *	$b_0 = 120$ mm	$H = 100$ kN
$\mu = 0,10$	$h_0 = 1$ mm	

TAB. 1 – Valeurs numériques des conditions d'emboutissage. \* Essai de traction à  $V = 2000$  mm/min [1]

On a donc en début d'opération :  $M_0 \approx 24$  et  $\bar{H}_0 = 0,01$ . En prenant à titre indicatif  $\alpha=0,4$  et en faisant varier  $b/b_0$  de 1 à 0,7, on constate que  $\bar{H}$  diminue de 20 %, puis remonte à sa valeur initiale, alors que  $M$  diminue de 60 %. Comme le contact évolue assez peu avec  $M$ , lorsque  $M$  est dans cette gamme de valeur (cf. ci-dessous), ceci suggère que le modèle pourrait décrire assez bien les conditions de contact au cours de l'emboutissage.

## 2.3 Résultats du modèle analytique

La pression de contact (figure 2) décroît de manière monotone du bord du flan vers l'intérieur. Cette décroissance est graduelle pour  $M=2$  et plus brutale pour  $M=20$  ; le contact se concentre alors sur une couronne de largeur de l'ordre de 10 % du rayon du flan. Si l'augmentation de la force de serrage augmente la pression et élargit le contact pour  $M=2$ , elle augmente essentiellement la pression pour  $M=20$ . L'augmentation de  $H$  (figure 3) diminue le rayon interne de contact, surtout lorsque  $H$  est faible. Son influence devient très faible pour  $M=20$  : plus le frottement est élevé, plus la pression moyenne de contact  $p_m$  est grande. La valeur de  $R$  a, par contre, un effet insignifiant sur la longueur et la pression de contact. Ces résultats sont en bon accord qualitatif avec l'expérience courante, à savoir que l'état de surface du flan n'est affecté qu'à sa périphérie par le contact avec le serre-flan et la matrice [1]. Ils justifient l'hypothèse utilisée dans les modèles élémentaires selon laquelle le frottement est représenté par une force ponctuelle appliquée au bord du flan en  $r=b$ . La figure 4, relative à une tôle isotrope montre que l'indice de gonflement périphérique de la tôle  $\alpha$  diminue quand  $H$  augmente, mais là aussi, cette diminution est d'autant plus forte que  $M$  est élevé. Les résultats relatifs à une tôle anisotrope sont analogues.

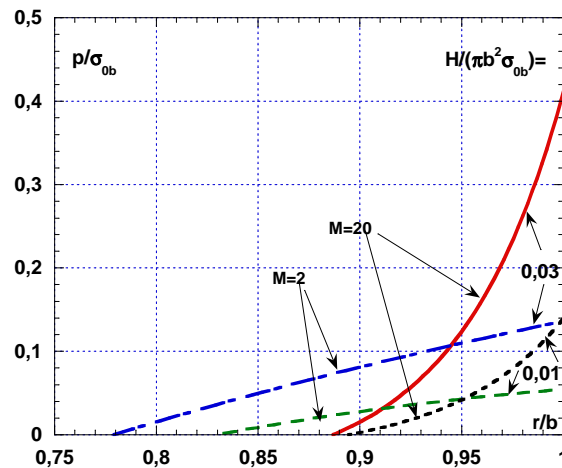


FIG. 2 – Distribution de pression réduite de contact en fonction de la distance radiale réduite pour différentes valeurs de  $M$  et de  $\bar{H}$  (résultats quasi-identiques pour  $R=0,5-1-2$ ).

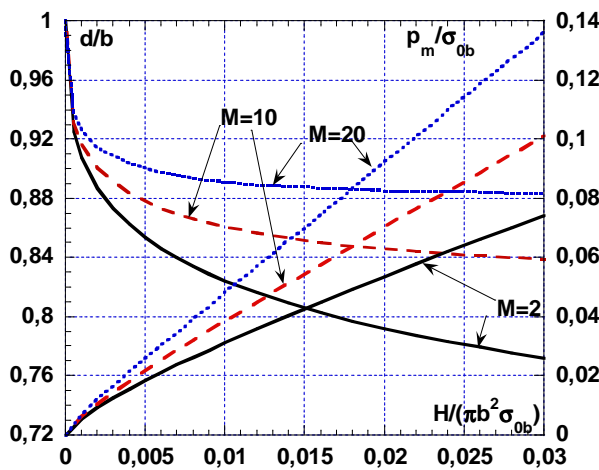


FIG. 3 – Position inférieure réduite du contact  $d/b$  et pression moyenne de contact  $p_m$  réduite en fonction de  $\bar{H}$  pour différentes valeurs de  $M$ .

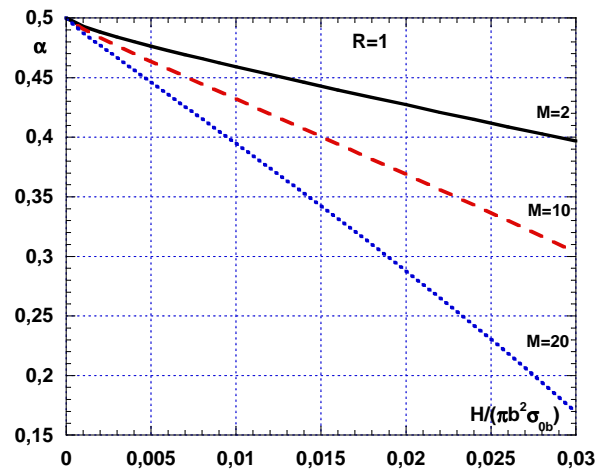


FIG. 4 – Effet de la force de serrage réduite et du frottement  $M$  sur l'indice de gonflement périphérique d'une tôle isotrope ( $R=1$ ).

### 3 Modélisation de l'emboutissage profond par éléments finis

#### 3.1 Paramètres de la simulation

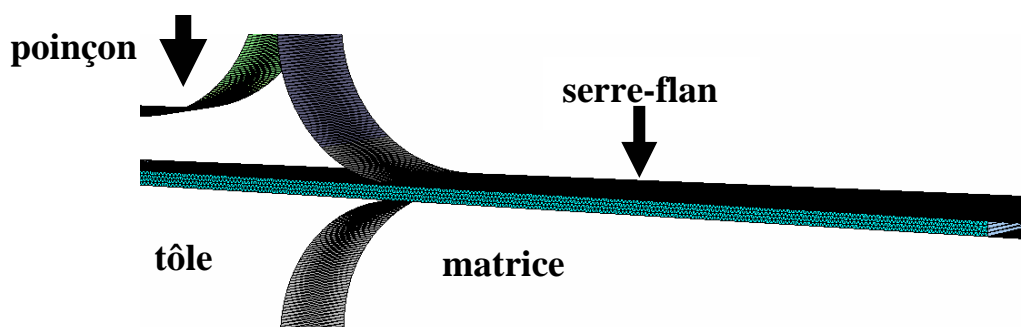


FIG. 5 – Vue d'ensemble de la géométrie de la mise en données de la simulation.

On réalise une simulation en 2D sous l'hypothèse d'axisymétrie avec le logiciel Forge 2005<sup>®</sup> (figure 5). La rhéologie de la tôle, considérée comme élasto-plastique isotrope, et les conditions d'emboutissage sont données dans le tableau 1. Les outils sont modélisés par des pièces indéformables. Le maillage de la tôle

comporte 4 éléments dans l'épaisseur, et les outils ont un pas entre nœuds de 0,25 mm (figure 6). Le rapport d'emboutissage  $\beta = b_0/a$  ( $a$  rayon de matrice) vaut 1,9. Le coefficient de frottement entre la tôle et le poinçon vaut 0,1, sauf mention contraire. Le coefficient de frottement entre la tôle et les autres outils prend des valeurs tels que  $M_0$  varie entre 1,9 et 40. On note ci-dessous  $M_0$  par  $M$ ,  $\sigma_0$  la limite d'élasticité initiale de la tôle et  $\bar{r} = r/b$ . On travaille à  $\bar{H}_0 = 0,010$ .

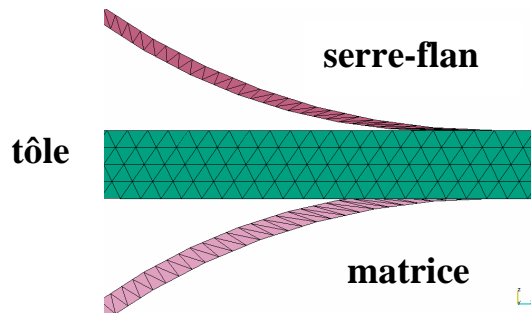


FIG. 6 – Détail du maillage de la tôle et des arrondis de matrice et de serre flan (rayon 10 mm).

### 3.2 Résultats de la simulation numérique

Pour  $M$  donnée, après une course de poinçon  $\Delta L$  de quelques  $mm$ , le profil de pression de contact avec le serre-flan varie peu avec la profondeur emboutie. Cette faible variation correspond toutefois à une augmentation de  $\bar{p}(\bar{r} = 1)$  et une diminution de  $\bar{d}$ . Dans la suite, nous nous plaçons à  $\Delta L = 23.5$  mm, ce qui correspond à  $b/b_0 \sim 0,88$ . On observe (figure 7) un pic de pression peu après la position de l'arrondi de matrice. Ce pic est dû à la flexion de la tôle provoquée par l'appui du poinçon et le contre appui sur la matrice. Ce phénomène n'est pas pris en compte dans le modèle analytique. La position absolue du pic varie peu au cours de l'emboutissage. Le pic de pression est relativement élevé, ce qui diminue la force supportée par la partie extérieure du flan. Par la suite, nous ignorons ce phénomène pour la définition de  $\bar{d}$  (figure 7). Pour  $M=0$ ,  $M=2,4$  et  $M=24$ ,  $\bar{d}$  vaut respectivement 0,82, 0,83 et 0,89, valeurs en très bon accord avec celles issues du modèle analytique. Le changement de forme du profil avec  $M$  est également en bon accord : pour  $M \approx 2$ , le profil est croissant avec une dérivée décroissante, et  $\bar{p}_{\max} \approx 0,05$  ; pour  $M \approx 20$ , le profil est croissant avec une dérivée croissante, et  $\bar{p}_{\max} = 0,14$ . Des simulations complémentaires montrent que l'inversion de tendance a lieu pour  $M \sim 4,5$ , avec un profil linéaire, ce que prévoit également le modèle analytique. Largeur de contact et pression maximale sont voisines. La figure 8 représente les profils d'épaisseur de la tôle sous serre-flan pour différentes valeurs de  $M$ . Conformément aux prévisions du modèle, l'épaisseur maximale atteinte est une fonction décroissante de  $M$ . Le modèle analytique donne, pour cette course et donc une valeur de  $b$  donnée,  $\bar{h}(M=2) = 1,035$  et  $\bar{h}(M=20) = 1,033$  (cf. (9)). On constate que la prévision analytique est très bonne pour des  $M$  proches de 2, mais surestime l'épaississement pour  $M$  proche de 20. L'écart est croissant avec  $M$ .

Ces simulations révèlent aussi que le frottement sur l'arrondi de poinçon influe sur l'emboutissage. En effet, pour un frottement sous serre-flan tel que  $M = 30$ , et avec  $\bar{H} = 0,017$  (conditions expérimentales de [1]), l'augmentation du coefficient de frottement entre la tôle et le poinçon produit l'augmentation de l'épaisseur minimale atteinte (figure 9) et de l'avalement réduit ( $1-b/b_0$ ) (figure 10) pour une course de poinçon donnée ; et décale la position du maximum d'amincissement de l'arrondi de poinçon vers le brin libre (figure 9). L'effet sur l'épaisseur minimale et l'avalement est plus important entre  $\mu_p=0$  et  $\mu_p=0,1$  qu'entre  $\mu_p=0,1$  et  $\mu_p=0,25$ . En revanche, en ce qui concerne la position de l'amincissement maximum, il y a un plus grand écart entre les valeurs obtenues pour  $\mu_p=0,1$  et  $\mu_p=0,25$  qu'entre celles obtenues pour  $\mu_p=0$  et  $\mu_p=0,1$ . Pour un frottement sous serre-flan nul, ces grandeurs ne sont pas ou très peu influencées par la valeur du frottement sur le poinçon. La force d'emboutissage et l'épaississement maximum dépendent très peu du frottement sur le poinçon, mais sont naturellement très sensibles à la valeur de  $M$ .

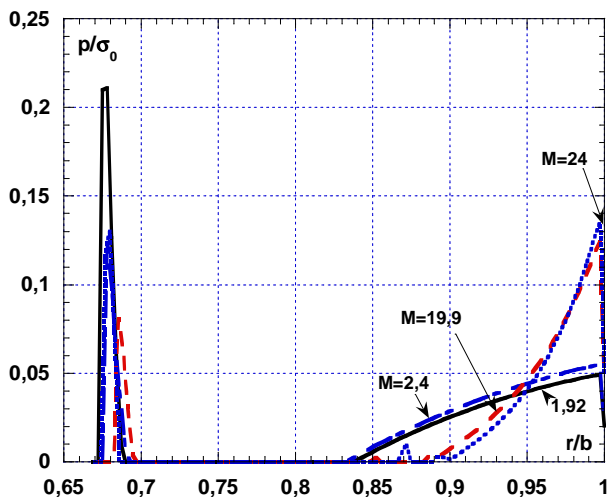


FIG. 7 – Pression de contact tôle/serre-flan réduite en fonction de la distance radiale réduite pour différentes valeurs de  $M$  pour  $\Delta L=23,5$  mm.

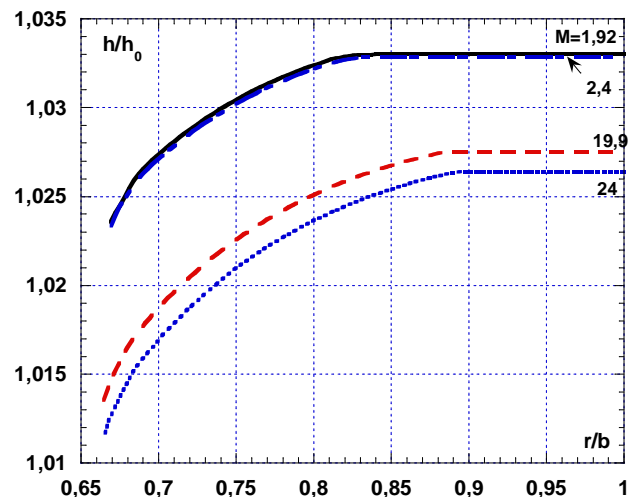


FIG. 8 – Epaisseur réduite de la tôle en fonction de la distance radiale réduite pour  $\Delta L=23,5$  mm.

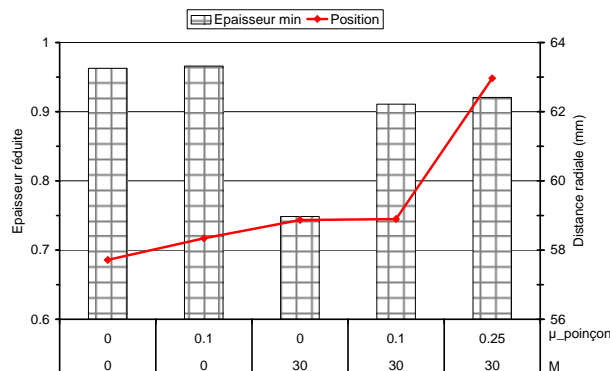


FIG. 9 – Epaisseur minimale réduite et sa position en fin de simulation pour différents frottements.

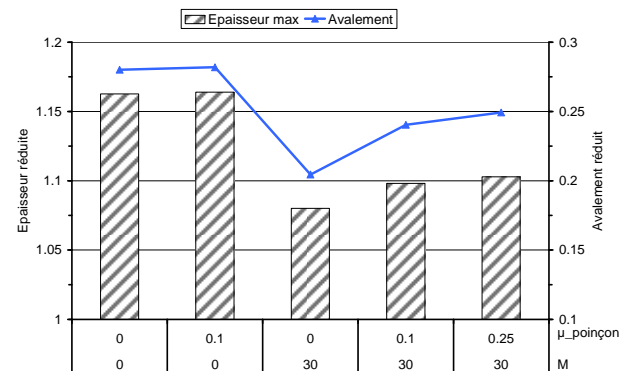


FIG. 10 – Epaisseur maximale réduite et avalement réduit en fin de simulation pour différents frottements.

## 4 Conclusion

Le modèle analytique développé décrit bien le phénomène de concentration du contact à la périphérie du flan et fournit un très bon ordre de grandeur des pressions de contact. La simulation numérique valide le modèle et complète la description de l'emboutissage profond ; elle en montre que la flexion de la tôle entre le poinçon et la matrice crée une zone de contact très étroite supplémentaire. Elle fournit une meilleure estimation des variations d'épaisseur à fort frottement. En outre, elle montre que le frottement sur le poinçon plat, qui est sans influence sur la force d'emboutissage, a une influence non négligeable sur la distribution d'épaisseur du produit.

## Références

- [1] Devine I., Apports de la tribométrie et des essais sur presse pilote pour la simulation numérique de l'emboutissage des tôles d'acier nues et revêtues de zinc pur, Thèse Ecole des Mines de Paris, 1996.
- [2] Hill R., The mathematical theory of plasticity, Oxford University Press, 1950.
- [3] Felder E., Plasticité en mise en forme, Articles M 3002-3005, Techniques de l'Ingénieur, Paris, 2007.
- [4] Steinmetz G. Apport de la simulation numérique et de l'expérience pour la compréhension des phénomènes de frottement en emboutissage et hydroformage, Thèse Ecole des Mines de Paris, 2005.